**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4.**

***Построение и исследование аналитической модели непрерывно – стохастической СМО***

**Цель**. Изучить методы аналитического моделирования поведения непрерывно-стохастической СМО.

**Краткое теоретическое введение.**

В общем случае дан граф переходов на множестве состояний системы и интенсивности переходов вдоль каждой дуги. Составляется система линейных дифференциальных уравнений Колмогорова-Чэпмена с заданными начальными условиями. Выполняется поиск решения – получаем уравнения для переходных процессов, а при переходе к пределу пр t->∝ - значения для вероятностей состояний в установившемся режиме. В качестве иллюстрации рассмотрим граф переходов следующего вида

λ01=2

λ10=1

λ20=1 λ12 =1

λ22 =3

Составим систему линейных дифференциальных уравнений

dp0(t)/dt = p1(t) + p2(t) − 2p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) −2p1(t)

p0(t) + p1(t) + p2(t) = 1

Напомним, что если стрелка выходит из вершины, то соответствующее слагаемое берется со знаком минус, а если заходит в вершину – то со знаком плюс. Пусть, кроме того, заданы начальные условия:

p0(0) = 1, p1(0) = 0, p2(0) = 0.

Выразим p2(t) из

p0(t) + p1(t) + p2(t) = 1

p2(t) = 1 − p0(t) − p1(t)

и подставим в систему. Получим

dp0(t)/dt = p1(t) + 1 − p0(t) − p1(t) − 2p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) −2p1(t)

p0(0) = 1, p1(0) = 0, p2(0) = 0.

Итак, имеем следующую систему

dp0(t)/dt = 1 −3 p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) −2p1(t)

p0(0) = 1, p1(0) = 0, p2(0) = 0.

Будем искать решение в общем виде:

p0(t) = a+b⋅ekt

p1(t) = c+d⋅eht

Находим производные:

dp0(t)/dt = bk⋅ekt

dp1(t)/dt = dh⋅eht

Воспользуемся граничными условиями.

Для t=0 имеем

p0(0) =1 = a+b

p1(0) = 0 = c+d

Итак,

b= 1 –a

d = -c

Для t=∝ вероятности состояний следует найти для установившегося режима. Для этого производные приравниваем 0 и имеем алгебраическую систему

0 = p1(∝) + p2(∝) − 2p0(∝)

0 = 2p0(∝) −2p1(∝)

p0(∝) + p1(∝) + p2(∝) = 1

Подставим

p2(∝) = 1 - p0(∝) - p1(∝)

Получим

0 = p1(∝) + 1 - p0(∝) - p1(∝) − 2p0(∝) =1 - 3p0(∝)

0 = 2p0(∝) −2p1(∝)

p0(∝) = 1/3

p1(∝) = 1/3

1/3 = a+b⋅ekt

1/3 = c+d⋅eht

Здесь члены ekt (eht) стремятся к 0 при t стремящемся к бесконечности (полагаем k и h отрицательными). Получаем

a= 1/3

c = 1/3

b= 1 –a = 2/3

d = -c = -1/3

Остается найти значения k и h. Перепишем, что у нас есть:

p0(t) = a+b⋅ekt = 1/3+2/3 ekt

p1(t) = c+d⋅eht =1/3 – 1/3 eht

Как и ранее

dp0(t)/dt = 1 −3 p0(t)

dp1(t)/dt = 2p0(t) −2p1(t)

Но теперь

2/3 kekt =1 -3(1/3+2/3 ekt) = -2 ekt

-1/3 heht = 2(1/3+2/3 ekt) −2(1/3 – 1/3 eht) = 4/3 ekt +2/3 eht

Итак, имеем

2/3 kekt = -2 ekt

-1/3 heht = 4/3 ekt +2/3 eht

Нужно найти h и k (k=-1 из уравнения выше). Для этого нужно задать два любых момента времени t (если достаточно одного, то и хватит). Зададим t=0. Тогда из первого уравнения получим сразу

k = - 3.

Из второго уравнения для t=0 имеем

-1/3 h = 4/3 +2/3 = 2

h = -6

Все коэффициенты найдены. Получили окончательно

p0(t) = 1/3+2/3 e-3t

p1(t) = 1/3 – 1/3 e-6t

p2(t) = 1- p0(t) - p1(t)

Вот так справились с поставленной задачей.

**Задание**.

**Вариант 1**. Произвести аналитический расчет вероятностей для графа

λ01=2

λ20=1 λ21=3 λ12 =1

λ22 =3

**Вариант 2**.

Произвести аналитический расчет вероятностей для графа

λ01=2

λ20=1 λ21=3 λ12 =1

**Вариант 3**.

Произвести аналитический расчет вероятностей для графа

λ01=2

λ10=4

λ20=1 λ21=3 λ12 =1

**Вариант 4**.

Произвести аналитический расчет вероятностей для графа

λ01=2

λ10=4

λ02=2

λ20=1 λ21=3 λ12 =1

**Вариант 5**.

Произвести аналитический расчет вероятностей для графа

λ11 =2

λ01=3 λ10 =1

λ00 =3

**ОБЩЕЕ УКАЗАНИЕ**.

Решение алгебраических систем для установившихся режимов выполнить в **EXCEL**

**Контрольные вопросы**.

1. Что такое непрерывно-стохастическая система СМО, как она описывается?
2. Опишите общую идею аналитического моделирования непрерывно-стохастической СМО?
3. Как вы понимаете установившиеся вероятности состояний системы?
4. Нужно ли вычислять число шагов моделирования?